№3

а) Если индивид не вступил в кооператив:

$\pi(e)a + (1-\pi(e))b - e \to \max\limits_{e}$

$\pi'(e)(a-b) = 1 \qquad \pi'(e_{некооп}) = \frac{1}{a-b}$

Если вступил в кооператив — доход поровну,

$\frac{1}{n}\sum\limits_{j=1}^{n}\left(\pi(e_j)a + (1-\pi(e_j))b\right) - e_i \to \max\limits_{e_i} \Rightarrow \pi'(e_k)\frac{a-b}{n} = 1$

$\pi'(e_k) = \frac{n}{a-b}$,

выигрыш $\frac{1}{n}\left(\sum\left(\pi(e_k)a + (1-\pi(e_k))b\right)\right) - e_k = \frac{n}{n}\left(\pi(e_k)a + (1-\pi(e_k))b\right) -$

$- e_k = \pi(e_k)a + (1-\pi(e_k))b - e_k < \pi(e_{некооп})a + (1-\pi(e_{некооп}))b - e_{некооп}$

т.к. $e_{некооп} = \arg\max\left(\pi(e)a + (1-\pi(e))b - e\right)$.

$\Rightarrow$ не вступит.

Если не вступит

в) $\pi(e)u(a-e) + (1-\pi(e))u(b-e) = \pi u(a-e) + (1-\pi)u(b-e) \to \max\limits_{e} \Rightarrow e = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \pi(u(a)) + (1-\pi)u(b)$

Если вступит: $e = 0$ опять, и

1) Рассмотрим пример $n=2$, для $n>2$, показывается аналогично (начиная с конца графа)

Покажем что случай «не вступит» является mean-spread от случая «вступит».

Итак, «не вступит»: $\xrightarrow{\pi} a$, $\xrightarrow{1-\pi} b$

«вступит» в кооп.: $\xrightarrow{\pi^2} a \quad \leftarrow (1)$; $\xrightarrow{\pi(1-\pi)\cdot 2} \frac{a+b}{2} \quad \leftarrow (2)$; $\xrightarrow{(1-\pi)^2} b \quad \leftarrow (3)$

прибавим к исходу (2), второго случая случайную величину $\frac{a-b}{2}$ $p=\frac{1}{2}$, $\frac{b-a}{2}$ $p=\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ получим

новую лотерею: a с вер. $\pi^2 + \frac{2}{2}\pi(1-\pi) = \pi$

b с вер. $(1-\pi)^2 + \frac{2}{2}\pi(1-\pi) = 1-\pi$

$\Rightarrow$ «не вступит» mean-spread от «вступит»

$\Rightarrow$ ребята согласятся на кооператив