№2.

а) Найдем опт. уровень налогов для каждого региона в случае если они финансируют благо раздельно:

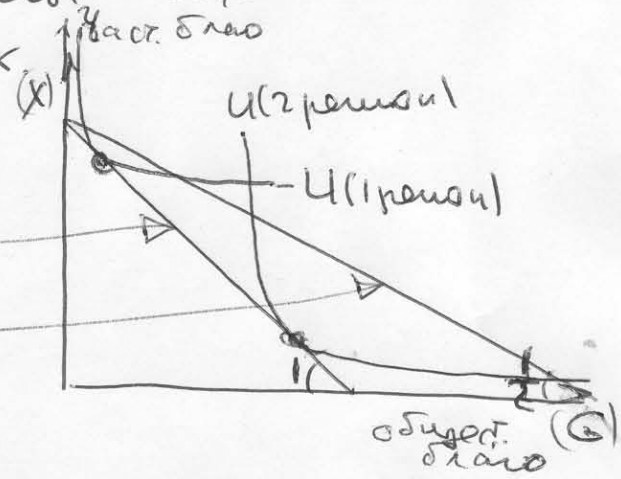
$$\sum_{i=1}^{n}\left(w_i - t + a_j V(nt)\right) \to \max_t \qquad a_j V'(nt) = \frac{1}{n} \qquad j=1,2$$

$$\left\{ V'(G_j^*) = \frac{1}{na_j},\ t_j^* = \frac{G_j^*}{n},\ j=1,2 \right\}$$

Организовать улучшение при совместном финансировании можно, например так: оставим те же налоги для каждого региона => частного блага не уменьшится, обществ. вырастет $(G = G_1^* + G_2^*)$ => всем стало лучше.

в) Нет, нельзя. Например: Если первый регион ценит общ. благо высоко, а второй низко $(a_1 >> a_2)$, то при помощи унифиц. налога мы можем не обеспечить улучшение для обоих.

Пример: $(n=1)$ на картинке:



Как мы видим на новом б.о. нет точек, где обоим лучше.

по отдельности

совместно при одинаковых налогах.

с) Пусть мы установили цену p => тогда индивид из j-го региона решает задачу $w - pG + a_j V(G) \to \max_G$ => $a_j V'(G) = p$.

Если цена равна $\frac{1}{n}$, то индивиды захотят общест. блага столько же сколько и в пункте (а), (полезности тоже равны пункту (а))

При такой цене $\left(\frac{1}{n}\right)$ мы соберем

$$\frac{1}{n}\cdot n G^*_{(a)_1} + \frac{1}{n} n G^*_{(a)_2} = G^*_{(a)_1} + G^*_{(a)_2} > \max\left(G^*_{(a)_1}, G^*_{(a)_2}\right) \Rightarrow$$

столько, сколько надо профинансировать

=> можем немного уменьшить цену => всем станет лучше, и агенты все равно хотят на финансирование общ. блага.