

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Перезаменная

Время выполнения – 3 часа

11 ноября 2002 г.

✓ **Задача 1** (20 очков)

Игрок случайно выбирает точку в области S , а область S состоит из четырех частей, составляющих соответственно 50%, 30%, 12% и 8% всей области. При попадании точки в i -ю часть ($i = 1, 2, 3, 4$) игрок получает выигрыш с вероятностями соответственно 0.01, 0.05, 0.2 и 0.5. Игрок выбрал точку и выиграл. В какую из частей области S вероятнее всего произошло попадание?

Задача 2 (25 очков)

При массовом производстве некоторого прибора брак составляет 20%. Из этих бракованных приборов 30% отказывают сразу при включении, остальные работают не более часа после включения, причем моменты отказа таких приборов равномерно распределены в течение этого часа. Время безотказной работы не бракованного прибора имеет показательное распределение с параметром $\lambda = 0.05$ (1/час) на множестве $[1, +\infty)$.

- а) Найдите функцию распределения времени безотказной работы прибора.
 б) Найдите среднее значение и дисперсию времени безотказной работы прибора.

✓ **Задача 3** (25 очков)

Вам предлагается инвестировать подходящее для Вас число однородных (не зависящих друг от друга) связанных с риском проектов, реализация каждого из которых стоит 0.1 млн. рублей. При удачном стечении обстоятельств (вероятность которого оценивается величиной 0.03) Вы получаете доход в размере 30 млн. рублей.

- а) Определите среднее значение, дисперсию и среднеквадратичное отклонение чистой прибыли, получаемой при инвестировании m независимых проектов ($m = 1, 2, \dots$).
 б) Найдите приблизительное число инвестиций (проектов) m_0 , которое гарантирует Вам получение положительной чистой прибыли с вероятностью, не меньшей 0.95.

УМ **Задача 4** (30 очков)

Матрица переходных вероятностей конечной однородной цепи Маркова имеет следующий вид:

$$P = \begin{bmatrix} 1/4 & 0 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/3 & 1/3 & 0 & 1/3 \\ 0 & 1/4 & 0 & 3/4 \end{bmatrix}$$

- а) Дайте классификацию всех состояний этой марковской цепи (возвратность, эргодичность, периодичность).
 б) Вычислите вероятности f_{11} и f_{33} первого возвращения, соответственно, в первое и третье состояние.
 в) Определите, содержит ли цепь замкнутое (поглощающее) множество состояний и является ли она неприводимой и непериодической.
 г) Определите предельное (при $t \rightarrow \infty$) поведение переходных вероятностей, т.е. найдите пределы $\lim_{t \rightarrow \infty} P_{ij}^{(t)}$.

Желаем удачи!